

1 正負の数、式の計算

〈解答〉(1) 5☆☆ (2) $\frac{13}{3}$ ☆☆ (3) $-8a+b$ ☆☆

(4) $-30x^2y^3$ ☆☆ (5) $\frac{25x+2y}{12}$ ☆☆

(1) $9 - (-2)^2 = 9 - 4 = 5$

(2) $\frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \times 5 = \frac{8}{3} - \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{8}{3} + \frac{5}{3} = \frac{13}{3}$

(3) $2(a-7b) - 5(2a-3b)$
 $= 2a - 14b - 10a + 15b = -8a + b$

(4) $6xy \times (-5xy^2) = 6 \times (-5) \times xy \times xy^2 = -30x^2y^3$

(5) $\frac{3x+2y}{4} + \frac{4x-y}{3} = \frac{3(3x+2y) + 4(4x-y)}{12}$
 $= \frac{9x+6y+16x-4y}{12} = \frac{25x+2y}{12}$

2 小問集合 (等式変形、点対称、データ、比例・反比例)

〈解答〉(1) $a = \frac{b-5c}{2}$ ☆☆ (2) 4 cm^2 ☆☆ (3) 0.25 ☆☆☆

(4)① (6, 4)☆☆ ② 6 cm^2 ☆☆☆

(1) $5c = -2a + b$ $2a = b - 5c$

両辺を2でわると

$$a = \frac{b-5c}{2}$$

(2) $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を点 O について点対称移動した図形だから、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同な三角形である。よって、 $AB = DE = 4\text{ cm}$

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ を合わせた図形は点 O に対して点対称な図形なので、点 O を通る直線で面積が2等分される。この図形の面積は $\triangle ABC$ の面積の2倍だから、色をつけた部分の面積は $\triangle ABC$ の面積と等しく

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 (\text{cm}^2)$$

(3) 中央値は、記録の短い方から数えて20番目と21番目の記録の平均値である。20番目の記録も21番目の記録も20m以上25m未満の階級にふくまれるので、中央値をふくむ階級は20m以上25m未満の階級であり、その度数は10人。したがって、相対度数は

$$\frac{10}{40} = 0.25$$

(4)① 点 A は直線 $y = \frac{2}{3}x$ 上の点で、 x 座標は6で

あるから、 y 座標は $y = \frac{2}{3} \times 6 = 4$

したがって、 $A(6, 4)$

② 点 $A(6, 4)$ は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点

であるから

$$4 = \frac{a}{6} \text{ より } a = 24$$

点 B は直線 $y = \frac{2}{3}x$ 上の点で、 y 座標は2であ

るから、 $2 = \frac{2}{3}x$ より、 x 座標は $x = 3$

点 C は反比例 $y = \frac{24}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座

標は3であるから、 y 座標は $y = \frac{24}{3} = 8$

したがって、 BC の長さは、 $8 - 2 = 6 (\text{cm})$

3 連立方程式

〈解答〉(1) $x = 4, y = -1$ ☆☆☆

(2)① A ☆ ② O ☆

③ 360 ☆☆ ④ 1440 ☆☆

(1) $\begin{cases} x - 3y = 7 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 0.3x + 0.2y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

① $\times 3 - \textcircled{2} \times 10$ より

$$-11y = 11 \quad y = -1$$

これを①に代入すると

$$x + 3 = 7 \quad x = 4$$

(2) A さんが歩いた道のりを $x\text{ m}$ 、走った道のりを $y\text{ m}$ とすると、歩いた道のりと走った道のりの合計は、家から駅までの道のりである 1800 m だから

$$x + y = 1800 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

と表せる。

また、 A さんの歩いた時間 $\frac{x}{60}$ 分と走った時間

$\frac{y}{160}$ 分の合計が、家を出発してから駅に着くま

でにかかった時間である15分だから

$$\frac{x}{60} + \frac{y}{160} = 15 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

と表せる。

①と②を連立させて解く。② $\times 480 - \textcircled{A} \times 3$ より

$$5x = 1800 \quad x = 360$$

これを①に代入すると

$$360 + y = 1800 \quad y = 1440$$

これらは問題に適する。

したがって、 A さんが歩いた道のりは 360 m 、走った道のりは 1440 m である。

4 1次関数の利用 (動点)

〈解答〉(1) $y = 16$ ☆☆

(2) ア 6 ☆ イ $4x$ ☆☆ ウ 14 ☆

エ $-4x + 80$ ☆☆

(3) $x = \frac{11}{2}$ 、 $\frac{29}{2}$ ☆☆☆

(1) $x = 4$ のとき $AP = 4$ cm より、点 P は辺 AB 上にある。よって、 $\triangle APD$ の面積 y は

$$y = \frac{1}{2} \times AD \times AP = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$

(2)① 点 P が辺 AB 上にあるとき

点 P が頂点 B に到着するのは 6 秒後だから、 x の変域は

$$0 \leq x \leq 6$$

$\triangle APD$ の面積 y は

$$y = \frac{1}{2} \times AD \times AP$$

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times x$$

$$y = 4x$$

② 点 P が辺 BC 上にあるとき

点 P が頂点 C に到着するのは

$$6 + 8 = 14 \text{ (秒後)}$$

だから、 x の変域は

$$6 \leq x \leq 14$$

$\triangle APD$ の面積 y は

$$y = \frac{1}{2} \times AD \times AB$$

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$y = 24$$

③ 点 P が辺 CD 上にあるとき

点 P が頂点 D に到着するのは

$$6 + 8 + 6 = 20 \text{ (秒後)}$$

だから、 x の変域は

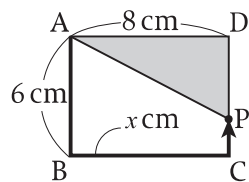
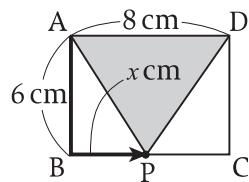
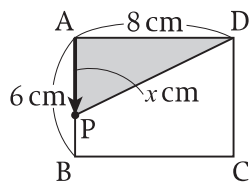
$$14 \leq x \leq 20$$

$\triangle APD$ の面積 y は

$$y = \frac{1}{2} \times AD \times DP$$

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (20 - x)$$

$$y = -4x + 80$$



(3)① 点 P が辺 AB 上にあるとき

$$22 = 4x \quad x = \frac{11}{2}$$

これは $0 \leq x \leq 6$ をみtas.

② 点 P が辺 BC 上にあるとき

$y = 22$ となることはない。

③ 点 P が辺 CD 上にあるとき

$$22 = -4x + 80 \quad x = \frac{29}{2}$$

これは $14 \leq x \leq 20$ をみtas.

5 立体の体積

〈解答〉(1) $4800\pi \text{ cm}^3$ ☆☆

(2)① $600\pi \text{ cm}^3$ ☆☆ ② 6 cm ☆☆

③ 16 cm ☆☆

(1) 容器に入っている水の体積は、底面の半径が 20 cm、高さが 12 cm の円柱の体積と等しいので
 $\pi \times 20^2 \times 12 = 4800\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(2)① おもりは完全に水に沈んだので、おもりの体積は、おもりを入れて水面が上がった分の水の体積と等しい。水面の高さはおもりを入れる前と比べて

$$13.5 - 12 = 1.5 \text{ (cm)}$$

上がったので、おもりの体積は

$$\pi \times 20^2 \times 1.5 = 600\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

② おもりの高さを h cm とすると、おもりの体積は底面の半径が 10 cm、高さが h cm の円柱の体積と等しく、おもりの体積は $600\pi \text{ cm}^3$ だから

$$\pi \times 10^2 \times h = 600\pi \quad h = 6$$

よって、おもりの高さは 6 cm

③ おもり 3 個を容器に入れたときの水面の高さを t cm とする。水が入った部分の体積は、「底面が半径 20 cm の円で高さが t cm の円柱」から「底面が半径 10 cm の円で高さが t cm の円柱」を除いた立体の体積と等しく、(1)より水の体積は $4800\pi \text{ cm}^3$ だから

$$\pi \times 20^2 \times t - \pi \times 10^2 \times t = 4800\pi$$

$$300\pi t = 4800\pi$$

$$t = 16$$

おもり 2 個分の高さは 12 cm、おもり 3 個分の高さは 18 cm より、これは問題に適する。

よって、底面からの水面の高さは 16 cm

