

補助線と面積比の極意

授業では、【例題】を一緒に考えた後、【演習問題】を解いてもらいます。

この教材データは必要に応じて、保存するか、プリントアウトするなどしておきましょう。また、手元には必ず、ノートを準備してください。

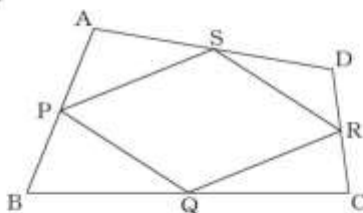
★この講座では、「中学数学」と「高校数学」のつながりについても、伝えていきます。

「ゴールは3年後の大学受験」という気持ちを持って、授業に臨みましょう！

【例題1】

- 4 図1のように、四角形 $ABCD$ があり、辺 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上の点をそれぞれ P 、 Q 、 R 、 S とします。亜季さんたちは、「4点 P 、 Q 、 R 、 S が各辺の中点であるとき、四角形 $PQRS$ は、いつでも平行四辺形になる」ということを授業で学習しました。
次の問いに答えなさい。(配点 16)

図1



- 問1 亜季さんは、4点 P 、 Q 、 R 、 S を各辺の中点としたまま、四角形 $ABCD$ がいろいろなひし形となるように、コンピュータを使って四角形 $ABCD$ の形を変え、四角形 $PQRS$ の形を調べたところ、次のことがらに気づき、ノートにまとめました。

(亜季さんのノート)

四角形 $ABCD$ がひし形ならば、四角形 $PQRS$ は、いつでも である。

に言葉を当てはめるとき、このことがらが成り立たないものを、ア～ウからすべて選びなさい。

- ア 正方形
- イ 長方形
- ウ ひし形

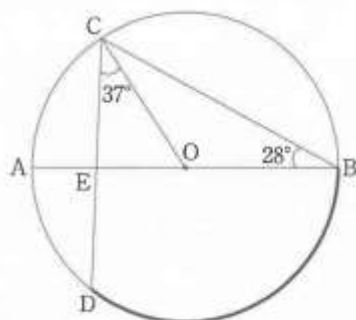
【演習問題 1－1】

2 線分ABを直径とする円Oがあります。下の図のように、円Oの周上に、 $\angle ABC = 28^\circ$ となる点Cをとり、点Cをふくまない方の $\widehat{AB}$ 上に、 $\angle OCD = 37^\circ$ となる点Dをとります。また、線分ABと線分CDとの交点をEとします。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) $\angle AEC$ の大きさを求めなさい。

(2) $AB = 6\text{ cm}$ のとき、図の太い線で示している小さい方の $\widehat{DB}$ の長さを求めなさい。ただし、円周率を π とします。



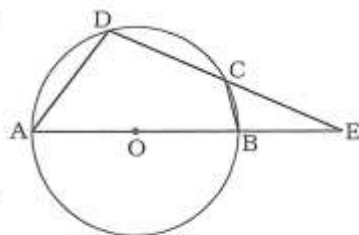
【演習問題 1－2】

(3) 図で、C、Dは線分ABを直径とする円Oの周上の点であり、Eは直線ABとDCとの交点で、 $DC = CE$ 、 $AO = BE$ である。

円Oの半径が4 cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。

① $\triangle CBE$ の面積は、四角形ABCDの面積の何倍か、求めなさい。

② 線分ADの長さは何cmか、求めなさい。



〈Point〉 高校数学 三角比

★正弦定理

$\triangle ABC$ の外接円の半径を R とすると

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

★余弦定理

$\triangle ABC$ について

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

★三角形の面積

$\triangle ABC$ の面積を S とすると

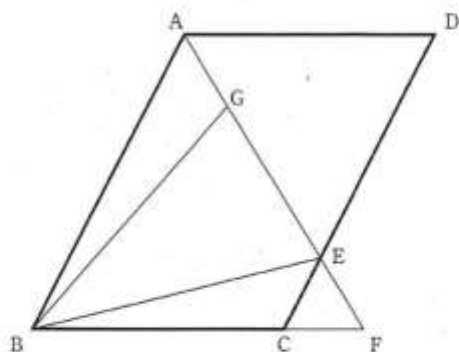
$$S = \frac{1}{2}bc \sin A$$

① $a = \sqrt{3}$, $B = 45^\circ$, $C = 15^\circ$ である $\triangle ABC$ の残りの辺の長さや角の大きさは

② 上の $\triangle ABC$ の面積は

【例題2】

- 5 下の図で、四角形 ABCD は平行四辺形であり、 $\angle BAD$ の二等分線と辺 CD、辺 BC を延長した直線との交点をそれぞれ E、F とする。また、点 G は線分 AF 上の点で、 $\angle ABG = \angle CBE$ である。



次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABG \cong \triangle FBE$ であることを証明しなさい。
- (2) $AB = 5\text{ cm}$ 、 $BC = 4\text{ cm}$ のとき、
 - ㍿ AE の長さは、EF の長さの何倍であるかを求めなさい。
 - ㍿ 平行四辺形 ABCD の面積は、 $\triangle BEG$ の面積の何倍であるかを求めなさい。

【演習問題2－1】

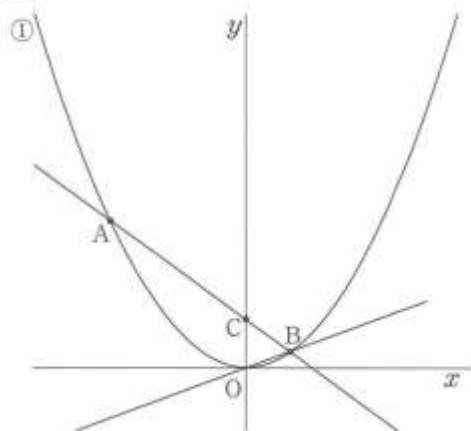
- 5 図1, 2において, ①は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフであり, 点A, Bは①上にある。また, 点Aの座標は $(-3, 3)$, 点Bの y 座標は $\frac{1}{3}$ である。ただし, 点Bの x 座標は正とする。

- 3 図2において, 直線ABと y 軸との交点を点Cとする。
このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 点Aを通り直線OBに平行な直線と, y 軸との交点を点Pとするとき, $\triangle COB$ と $\triangle CPA$ の面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

- (2) x 軸上にある点Qの x 座標を t とするとき, $\triangle AQB$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の2倍となるような t の値をすべて求めなさい。

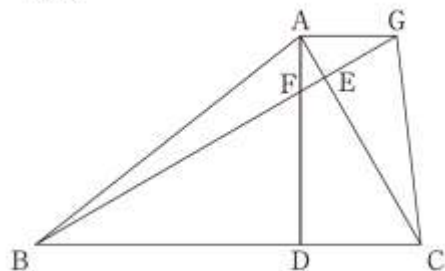
図2



【演習問題2－2】

図4のように, 鋭角三角形ABCの頂点Aから辺BCに垂線をひき, 辺BCとの交点をD, 点Bから辺CAに垂線をひき, 辺CAとの交点をE, 線分ADと線分BEとの交点をFとする。また, 点Aを通り辺BCに平行な直線をひき, 直線BEとの交点をGとし, 点Cと点Gを結ぶ。BD=11cm, CD=5cm, $\angle BCA = 60^\circ$ となるとき, $\triangle ABE$ の面積は, 四角形ABCGの面積の何倍か求めよ。

図4



【チャレンジ問題】

- (2) 図で、四角形ABCDは正方形、Eは辺DCの中点、Fは線分EBの中点、Gは辺AD上の点で、 $\angle GAF = \angle GFE$ である。また、Hは線分EB上の点で、 $\angle GHE = 90^\circ$ である。

AB = 4 cmのとき、

- ① 線分EFの長さは $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ cmである。

- ② 線分HFの長さは線分EBの長さの $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ 倍である。

