関数と図形の融合攻略

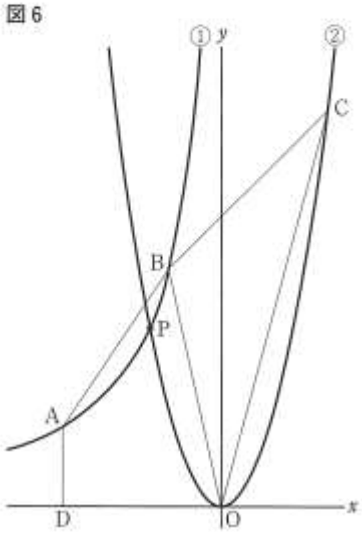
授業では、【例題】を一緒に考えた後、【演習問題】を解いてもらいます。
この教材データは必要に応じて、保存するか、プリントアウトするなどしておきましょう。また、手元には必ず、**ノートを準備してください**。
★この講座では、「中学数学」と「高校数学」のつながりについても、伝えていきます。
「**ゴールは３年後の大学受験**」という気持ちを持って、授業に臨みましょう！

【例題１】

図6において，点Aの座標は$(-6,\ 3)$であり，①は，点Aを通り，xの変域が$x<0$であるときの反比例のグラフである。点Bは曲線①上の点であり，その座標は$(-2,\ 9)$である。点Pは曲線①上を動く点であり，②は点Pを通る関数$y=ax^2\ (a>0)$のグラフである。点Cは放物線②上の点であり，そのx座標は4である。また，点Aからx軸に引いた垂線とx軸との交点をDとする。

(1)　曲線①をグラフとする関数について，yをxの式で表しなさい。

図6



(2)　RさんとSさんは，タブレット型端末を使いながら，**図6**のグラフについて話している。

Rさん：点Pが動くと，②のグラフはどのように変化するのかな。
Sさん：点Pを動かして，変化のようすを見てみよう。
Rさん：②のグラフは点Pを通るから，点Pを動かすと，②のグラフの開き方が変化するね。
Sさん：つまり，<u>aの値が変化している</u>ということだね。

下線部に関する**ア**，**イ**の問いに答えなさい。

ア　点Pが点Aから点Bまで動くとき，次の$\boxed{}$に当てはまる数を書き入れなさい。

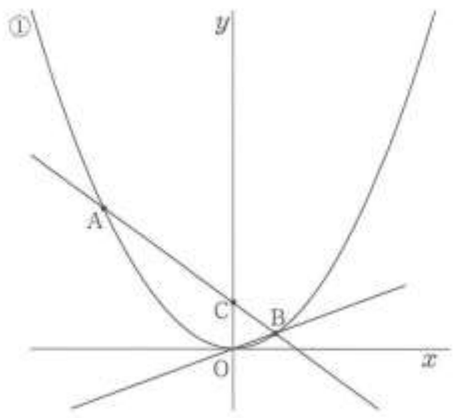
aのとりうる値の範囲は，$\boxed{} \leqq a \leqq \boxed{}$である。

イ　四角形ADOBの面積と△BOCの面積が等しくなるときの，aの値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

【演習問題１―１】

3 図２において，直線ABと y 軸との交点を点Cとする。
このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図２



(1) 点Aを通り直線OBに平行な直線と，y 軸との交点を点Pとするとき，△COBと△CPAの面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

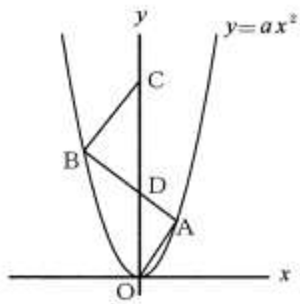
(2) x 軸上にある点Qの x 座標を t とするとき，△AQBの面積が△AOBの面積の２倍となるような t の値をすべて求めなさい。

【演習問題１－２】

(2) 図で、Oは原点、A、Bは関数 $y=ax^2$（a は定数、$a>0$）のグラフ上の点で、x 座標はそれぞれ２、－３である。

また、Cは y 軸上の点で、y 座標は $\frac{21}{2}$ であり、Dは線分BAと y 軸との交点である。

△CBDの面積が△DOAの面積の２倍であるとき、a の値として正しいものを、次の**ア**から**オ**までの中から一つ選びなさい。



ア　$a=\frac{7}{12}$　　**イ**　$a=\frac{7}{10}$　　**ウ**　$a=\frac{3}{4}$　　**エ**　$a=\frac{7}{9}$　　**オ**　$a=\frac{7}{8}$

〈Point〉高校数学　関数

数Ⅰ

★2次関数

$$y = a(x-p)^2 + q$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

数Ⅱ

★三角関数

$$y = \sin\theta$$

$$y = \cos\theta$$

$$y = \tan\theta$$

★指数関数・対数関数

$$y = a^x$$

$$y = \log_a x$$

★微分法・積分法

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

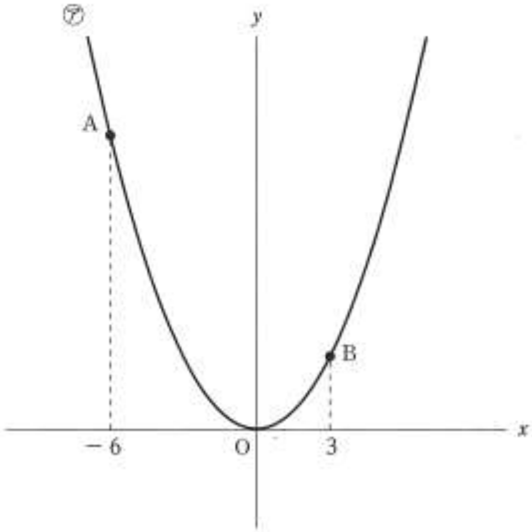
$\int f(x)dx = F(x) + C$　（Cは積分定数：$F'(x) = f(x)$）

【例題２】

5 次の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ …㋐のグラフ上に２点A，Bがあり，点Aの x 座標が -6，点Bの x 座標が３である。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

ただし，原点をＯとし，座標軸の１目もりを１cmとする。（７点）



(1) 点Aの座標を求めなさい。

(2) △OABの面積を求めなさい。

(3) x 軸上に，AP＋BPの値が最小となる点Pをとるとき，次の**ア**～**ウ**のことがらのうち，△OABと△PABの面積について正しく表しているものはどれか，最も適切なものを１つ選び，その記号を書きなさい。

ア．△OABより，△PABの方が面積が大きい。
イ．△OABより，△PABの方が面積が小さい。
ウ．△OABと△PABの面積は等しい。

(4) x 軸上に点Qをとり，点Qを通り y 軸と平行な直線が△OABの面積を２等分するとき，点Qの x 座標を求めなさい。

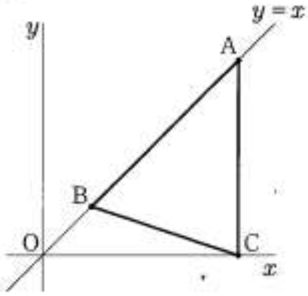
なお，答えに $\sqrt{\ }$ がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

【演習問題２】

2 優矢さんと志保さんは，三角形の面積を２等分する問題をつくろうとしています。２人は，直線$y=x$上の２点（４，４），（１，１）をそれぞれＡ，Ｂ，x軸上の点（４，０）をＣとし，３点Ａ，Ｂ，Ｃをそれぞれ結んで，△ABCをつくりました。図Ⅲは，直線$y=x$と△ABCをかいたものです。２人は，図Ⅲを見ながら，次の［　　］の会話をしています。
あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

優矢さん：頂点Ａを通り，△ABCの面積を２等分する直線は，△ABCが二等辺三角形ではないようだから，［　②　］だね。
志保さん：頂点を通らない直線で△ABCの面積を２等分する場合も考えてみようよ。
優矢さん：直線$y=x$上の点（３，３）をＤとして，点Ｄを通り，△ABCの面積を２等分する直線だとどうなるかな。
志保さん：その直線は<u>辺BC</u>と交わりそうだよ。その直線と辺BCとの交点の座標を求める問題にしよう。

図Ⅲ



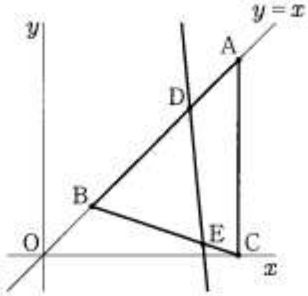
(1) ［　②　］にあてはまるものとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から**１**つ選び，記号で答えなさい。

ア　∠BACの二等分線　　　**イ**　辺BCの垂直二等分線
ウ　頂点Ａから辺BCへの垂線　　　**エ**　頂点Ａと辺BCの中点を通る直線

(2) 下線部について，２点Ｂ，Ｃを通る直線の式を求めなさい。

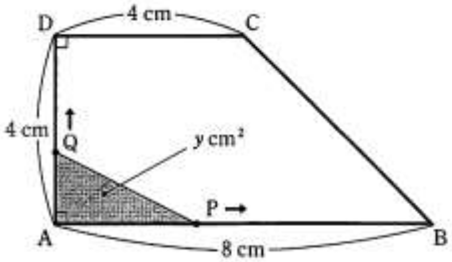
(3) 図Ⅳは，優矢さんと志保さんが，図Ⅲにおいて，点Ｄを通り，△ABCの面積を２等分する直線をかき，その直線と辺BCとの交点をＥとしたものです。
点Ｅの座標を求めなさい。

図Ⅳ



【チャレンジ問題】

4 下の図のような台形 ABCD がある。点 P，Q が同時に A を出発して，P は秒速 2 cm で台形の辺上を A から B まで動き，B で折り返して A まで動いて止まり，Q は秒速 1 cm で台形の辺上を A から D を通って C まで動いて止まる。P，Q が A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とする。



(3) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。（$0 \leqq x \leqq 8$）

(4) △APQ の面積と，台形 ABCD から△APQ を除いた面積の比が，3：5 になるのは，P，Q が A を出発してから何秒後と何秒後であるかを求めなさい。